

Zoran Škoda: Geometrija koneksija i integrabilnost

(napredni poslijediplomski kolegij, 60 hours)

U diferencijalnoj geometriji, koneksije omogućuju uspoređivanje infinitezimalnih veličina u raznim točkama, a u fizici nose dinamiku u svojstvu baždarskih polja. Invarijanta koneksije je **zakrivljenost**. Ako nije nula, onda njena vrijednost vodi na kohomološke invarijante, tzv. karakteristične klase. Uvjet da je zakrivljenost nula je plosnatost ili integrabilnost i vodi na Maurer-Cartanovu jednadžbu (MC) koja je općeprisutna u modernoj matematici. U geometriji, integrabilnost strukture označava da je ona infinitezimalni izraz globalnog objekta, npr. integralne krivulje vektorskih polja, Liejeva grupa za Lijeve algebre, rješenja diferencijalnih sustava...Naš plan je:

1. Koneksije na vektorskim svežnjevima (i Liejevim algebroidima) u dif. geometriji: nekoliko ekvivalentnih opisa; vazni primjeri.

2. Koneksije poopćene na snopove. Za plosnate koneksije to su esencijalno D-moduli. Snopovi dopuštaju singularnosti. Prema Grothendiecku, uvodimo intrinzički geometrijski pristup diferencijalnom računu: nakon uvoda o strukturiranim prostorima i (kvazi)koherentnim snopovima uvodimo infinitezimalne okoline, i dualno filtraciju Hom-bimodula koja vodi diferencijalnim operatore. D-moduli se pojavljuju u obliku podataka silaska, tzv. **kristala**, ili ekvivalentno, Grothendieckove koneksije. Glavna lokalna svojstva su u tim terminima: npr. glatkost kao svojstvo podizanja preslikavanja na infinitezimalne okoline. Upotpunjenje svih infinitezimalnih okolina vodi na formalne sheme. Ako vrijeme dozvoli, na tom mjestu ćemo (u terminima MC) uvesti formalnu teoriju deformacije.

3. Glavni primjeri, Chern-Weilova teorija karakterističnih klasa i integracija Liejevih algebri/oida pokazuju važnost karakteristike 0 i konačne dimenzionalnosti. Tada Lijeve algebre imaju Koszulov dual (Chevalley-Eilenberg dg-algebre), koje, slijedeći Sullivanove ideje iz racionalne homotopije, modeliraju topološki prostor, koji je, odnosno, na kojem živi integrirajući objekt.

Texts Future lectures <http://ncatlab.org/zoranskoda/edit/hom1connections>

S. Morita, *Geometry of characteristic classes*, AMS 2001

J. L. Dupont, *Fibre bundles and Chern-Weil theory*, Aarhus 2003, pdf

J. Lurie, *Crystals and D-modules*, pdf

D. Sullivan, *Infinitesimal computations in topology*, Publ. IHES 47 (1977), p. 269-331. (pdf); E. Getzler, *Lie theory for nilpotent L_∞ algebras*, Annals of Mathematics **170** (2009), 271-301, math.AT/0404003

R. Bott, L. W. Tu, *Differential forms in algebraic topology*, Springer

M. Crainic, R. L. Fernandes, *Lectures on integrability of Lie brackets*, math.DG/0611259